



Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана

## **Методические указания**

**С.В. Рыжков, В.В. Носатов**

### **МЕТОДИКА И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕПЛОМАССООБМЕНУ**

Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана

Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана

С.В. Рыжков, В.В. Носатов

МЕТОДИКА И ПРИМЕРЫ  
ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНИХ  
ЗАДАНИЙ  
ПО ТЕПЛОМАССООБМЕНУ

Москва  
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2009

УДК 536.24  
ББК 31.31  
Р939

Рецензент *Ю.М. Гришин*

**Рыжков С.В., Носатов В.В.**

Р939 Методика и примеры выполнения домашних заданий по тепломассообмену: Метод. указания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 36 с.: ил.

Предназначены для освоения методов расчета процессов переноса теплоты в рамках разделов «Теплопроводность» и «Конвективный тепломассообмен» по курсам «Теплофизика», «Термодинамика и теплопередача» и «Теория тепломассообмена».

Приведено подробное изложение методики выполнения трех домашних заданий. Каждое задание сопровождается примером.

Для студентов 3-го курса факультетов Э и СМ МГТУ им. Н.Э. Баумана.

УДК 536.24  
ББК 31.31

### **ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ**

1. Задание должно быть сдано студентом в сроки, установленные учебным планом.

2. Номер варианта задания соответствует номеру фамилии студента в журнале группы.

3. Задание оформляют на листах белой бумаги формата А4, текст располагают на одной стороне листа. Задание должно быть сброшюровано жестко (с помощью степлера, скоросшивателя и т. д.).

На титульном листе должны быть указаны: название задания, индекс группы, фамилия, имя, отчество студента, номер варианта и дата сдачи задания на проверку.

4. Задание должно содержать:

а) условия задания;

б) исходные данные для выполнения расчетов;

в) подробное изложение порядка расчетов по предлагаемой методике;

г) результаты расчетов в виде итоговых таблиц и графиков.

5. Должны быть выполнены все пункты задания.

Записи вести аккуратно, слова и цифры писать разборчиво без сокращения слов, кроме общепринятых.

6. Вычисления необходимо представлять следующим образом: записать математическую зависимость в общем виде, затем в нее подставить без всяких сокращений числовые данные и записать результат с указанием размерности итоговой величины в системе СИ.

7. При использовании ПК необходимо представить распечатку текста программы, которая является составной частью выполненного задания.

8. Все расчеты должны проводиться с точностью до четырех значащих цифр.

9. При работе с табличными данными теплофизических свойств веществ необходимо применять линейную интерполяцию для нахождения значений величин в промежуточных точках.

10. При наличии ошибок в задании преподаватель возвращает его студенту для исправления и повторной сдачи.

### Задание 1

## ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ МНОГОСЛОЙНУЮ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ

### 1.1. Условия задания

Через плоскую стенку котла теплота передается от дымовых газов кипящей воде. Принимая температуру газов  $t_{ж1}$ , воды  $t_{ж2}$ , коэффициент теплоотдачи от газа стенке  $\alpha_1$  и от стенки воде  $\alpha_2$ , требуется выполнить следующее.

1. Подсчитать термические сопротивления  $R$ , коэффициенты теплопередачи  $k$ , эквивалентные коэффициенты теплопроводности  $\lambda_{экв}$  и значения плотности теплового потока  $q$  для следующих случаев:

а) стенка стальная, совершенно чистая, толщиной  $\delta_2$  и теплопроводностью  $\lambda_2 = 50 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ;

б) стенка медная, совершенно чистая, толщиной  $\delta_2$  и теплопроводностью  $\lambda'_2 = 350 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ;

в) стенка стальная, со стороны воды покрыта слоем накипи толщиной  $\delta_3$  и теплопроводностью  $\lambda_3 = 2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ;

г) условия те же, что в случае «в», дополнительно на поверхности накипи имеется слой масла толщиной  $\delta_4 = 10^{-3} \text{ м}$  и теплопроводностью  $\lambda_4 = 0,1 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ;

д) условия те же, что в случае «г», дополнительно со стороны газов стенка покрыта слоем сажи толщиной  $\delta_1$  и теплопроводностью  $\lambda_1 = 0,2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ .

2. Приняв значение плотности теплового потока для случая «а» за 100%, подсчитать в процентах плотность теплового потока для всех остальных случаев.

3. Определить аналитически температуры на границах всех слоев стенки  $t_{cti}$  случая «д».

4. Проверить подсчитанные температуры графическим методом.

5. Построить в масштабе для случая «д» схему изменения температуры в стенке.

Необходимые для выполнения задания исходные данные приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Исходные данные**

Вариант	$t_{ж1},$ °C	$t_{ж2},$ °C	$\alpha_1,$ Вт/(м <sup>2</sup> · К)	$\alpha_2,$ Вт/(м <sup>2</sup> · К)	$\delta_1 \cdot 10^3,$ м	$\delta_2 \cdot 10^3,$ м	$\delta_3 \cdot 10^3,$ м
1	1200	220	160	3500	1	16	10
2	1100	200	150	3000	2	14	5
3	1000	180	140	2500	1	12	4
4	900	160	130	2000	2	10	3
5	800	140	120	1500	1	8	2
6	850	150	60	1000	2	12	10
7	950	160	70	2000	1	14	9
8	1050	170	80	3000	2	16	8
9	1150	180	90	4000	1	18	7
10	1250	190	100	5000	2	20	6
11	900	225	50	1000	1	14	7
12	800	200	40	980	2	13	6
13	700	175	30	960	1	12	5
14	600	150	20	940	2	11	4
15	500	125	10	920	1	10	3
16	575	110	55	2200	2	22	8
17	675	120	50	2100	1	24	7
18	775	130	45	2000	2	26	6
19	875	140	40	1900	1	23	5
20	975	150	35	1800	2	30	4

Окончание табл. 1

Вариант	$t_{ж1},$ °С	$t_{ж2},$ °С	$\alpha_1,$ Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	$\alpha_2,$ Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	$\delta_1 \cdot 10^3,$ м	$\delta_2 \cdot 10^3,$ м	$\delta_3 \cdot 10^3,$ м
21	1000	100	40	3000	1	10	2
22	900	125	50	4000	2	12	3
23	1050	135	60	3500	1	14	5
24	950	150	45	4500	2	16	6
25	800	200	55	2000	0,5	18	7
26	850	210	65	2100	1	20	5
27	975	175	42	3100	2	22	8
28	400	100	15	1000	0,5	10	5
29	500	120	20	1250	1	12	8
30	600	140	25	1500	1,5	15	4

## 1.2. Методика выполнения задания

В соответствии с номером варианта выписать из табл. 1 исходные данные для выполнения задания.

Перед выполнением задания ознакомиться с условными обозначениями термических сопротивлений  $R_i$  на рис. 1 и следовать им в расчетах и графической части.

1. Определить термические сопротивления теплоотдачи от газов к стенке  $R_{\alpha 1}$  и от стенки к кипящей воде  $R_{\alpha 2}$ , м<sup>2</sup>·К/Вт, по формуле

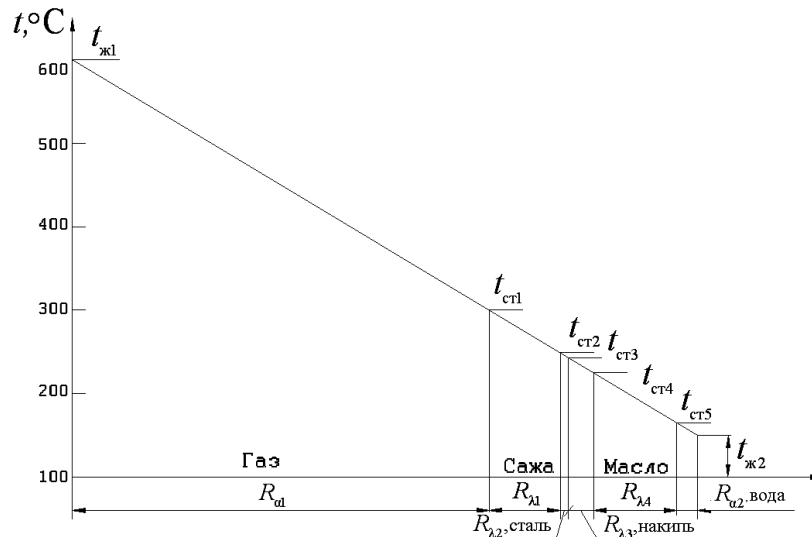
$$R_{\alpha i} = 1/\alpha_i.$$

2. Термические сопротивления теплопроводности слоев стенки, м<sup>2</sup>·К/Вт, определить по формуле

$$R_{\lambda_i} = \frac{\delta_i}{\lambda_i},$$

где  $\delta_i$  — толщина стенки, м.

3. Определить коэффициенты теплопередачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К), для всех случаев от «а» до «д» по формуле



**Рис. 1.** Определение температур на границах слоев графическим методом

$$k = \frac{1}{R_{\alpha 1} + \sum_{i=1}^n R_{\lambda i} + R_{\alpha 2}},$$

где  $n$  — число слоев стенки.

4. Определить эквивалентные коэффициенты теплопроводности, Вт/(м·К), для случаев от «в» до «д» по формуле

$$\lambda_{\text{ЭКВ}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}.$$

5. Определить значения плотности теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>, для всех случаев от «а» до «д» по формуле

$$q = k(t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}}).$$

Сравнить в процентах полученные значения плотности теплового потока со случаем «а».



6. Определить температуры на границах слоев стенки для случая «д». Для этого вначале необходимо рассчитать температуру поверхности стенки со стороны газов  $t_{ст1}$ , °С, по формуле

$$t_{ст1} = t_{ж1} - qR_{\alpha1}.$$

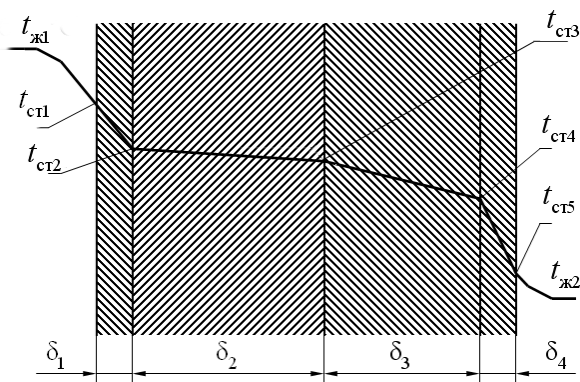
Далее рассчитать температуры, °С, на границе любых  $i$  и  $(i+1)$  слоев стенки, а также на поверхности стенки со стороны кипящей воды по формуле

$$t_{ст(i+1)} = t_{ж1} - q(R_{\alpha1} + \sum_{i=1}^i R_{\lambda i}).$$

7. Для определения температур на границах слоев графическим методом на горизонтальной оси последовательно откладывают сопротивления  $R_i$  (см. рис. 1). Из начальной и конечной точек по вертикали откладывают значения температур  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ . Полученные на вертикалях точки соединяют прямой. Точки, обозначающие температуру на границах слоев, расположены на пересечении линии полученного графика и вертикалей, проведенных через соответствующие термические сопротивления.

8. Представить графически распределение температуры в стенке (рис. 2).

9. Оформить результаты расчетов в виде сводных табл. 2 и 3. Сопоставить результаты аналитического и графического решений



**Рис. 2.** Распределение температуры в стенке

и убедиться, что они совпадают с точностью до  $5^\circ\text{C}$ .

Теоретические сведения по тематике задания изложены в учебниках [1, 2].

### 1.3. Пример выполнения задания

Исходные данные:

$t_{ж1}, ^\circ\text{C}$ .....	600
$t_{ж2}, ^\circ\text{C}$ .....	140
$\alpha_1, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .....	25
$\alpha_2, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .....	1500
$\delta_1 \cdot 10^3, \text{м}$ .....	1,5
$\delta_2 \cdot 10^3, \text{м}$ .....	15
$\delta_3 \cdot 10^3, \text{м}$ .....	4

1. Определение термических сопротивлений.

$$\text{От газа к стенке: } R_{\alpha 1} = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{25} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

$$\text{От стенки к кипящей воде: } R_{\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{1500} = 6,667 \times 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

$$\text{Стальная стенка котла: } R_{\lambda 2} = \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{50} = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

$$\text{Медная стенка котла: } R'_{\lambda 2} = \frac{\delta_2}{\lambda'_2} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{350} = 4,286 \times 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

$$\text{Слой накипи: } R_{\lambda 3} = \frac{\delta_3}{\lambda_3} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

$$\text{Слой масла: } R_{\lambda 4} = \frac{\delta_4}{\lambda_4} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

$$\text{Слой сажи: } R_{\lambda 1} = \frac{\delta_1}{\lambda_1} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

2. Определение коэффициентов теплопередачи  $k$ , эквивалентных коэффициентов теплопроводности  $\lambda_{\text{экр}}$  и плотности теплового потока  $q$ .

Случай «а»:

$$\begin{aligned}k &= \frac{1}{R_{\alpha 1} + R_{\alpha 2} + R_{\lambda 2}} = \\&= \frac{1}{4 \cdot 10^{-2} + 6,667 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4}} = 24,41 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}); \\q &= k(t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2}) = 24,41(600 - 140) = 11,23 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} \quad (100 \%).\end{aligned}$$

Случай «б»:

$$\begin{aligned}k &= \frac{1}{R_{\alpha 1} + R_{\alpha 2} + R'_{\lambda 2}} = \\&= \frac{1}{4 \cdot 10^{-2} + 6,667 \cdot 10^{-4} + 4,286 \cdot 10^{-5}} = 24,56 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}); \\q &= k(t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2}) = 24,56(600 - 140) = 11,30 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} \quad (100,6 \%).\end{aligned}$$

Случай «в»:

$$\begin{aligned}k &= \frac{1}{R_{\alpha 1} + R_{\alpha 2} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3}} = \\&= \frac{1}{4 \cdot 10^{-2} + 6,667 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3}} = \\&= 23,27 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}); \\q &= k(t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2}) = 23,27(600 - 140) = 10,70 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} \quad (95,28 \%); \\ \lambda_{\text{экв}} &= \frac{\delta_2 + \delta_3}{R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3}} = \frac{15 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3}} = 8,261 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).\end{aligned}$$

Случай «г»:

$$\begin{aligned}k &= \frac{1}{R_{\alpha 1} + R_{\alpha 2} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} + R_{\lambda 4}} = \\&= \frac{1}{4 \cdot 10^{-2} + 6,667 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-2}} = \\&= 18,88 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}); \\q &= k(t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2}) = 18,88(600 - 140) = 8,685 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} \quad (77,34 \%);\end{aligned}$$

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{\delta_2 + \delta_3 + \delta_4}{R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} + R_{\lambda 4}} = \frac{15 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-2}} =$$

$$= 1,626 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

Случай «д»:

$$k = \frac{1}{R_{\alpha 1} + R_{\alpha 2} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} + R_{\lambda 4} + R_{\lambda 1}} =$$

$$= \frac{1}{4 \cdot 10^{-2} + 6,667 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-2} + 7,5 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 16,54 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$q = k(t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}}) = 16,54(600 - 140) = 7,608 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} (67,75 \%);$$

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{\delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_1}{R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} + R_{\lambda 4} + R_{\lambda 1}} =$$

$$= \frac{15 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3} + 1,5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-2} + 7,5 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 1,086 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

3. Определение температуры на границах слоев стенки аналитическим методом для случая «д».

$$t_{\text{ст1}} = t_{\text{ж1}} - qR_{\alpha 1} = 600 - 7608 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 295,7^\circ\text{C};$$

$$t_{\text{ст2}} = t_{\text{ж1}} - q(R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1}) =$$

$$= 600 - 7608(4 \cdot 10^{-2} + 7,5 \cdot 10^{-3}) = 238,6^\circ\text{C};$$

$$t_{\text{ст3}} = t_{\text{ж1}} - q(R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2}) =$$

$$= 600 - 7608(4 \cdot 10^{-2} + 7,5 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-4}) = 236,3^\circ\text{C};$$

$$t_{\text{ст4}} = t_{\text{ж1}} - q(R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3}) =$$

$$= 600 - 7608(4 \cdot 10^{-2} + 7,5 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3}) =$$

$$= 221,1^\circ\text{C};$$

$$t_{\text{ст5}} = t_{\text{ж1}} - q(R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} + R_{\lambda 4}) =$$

$$= 600 - 7608(4 \cdot 10^{-2} + 7,5 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-3} +$$

$$+ 1 \cdot 10^{-2}) = 145,0^\circ\text{C}.$$

Таблица 2

## Результаты расчетов

Случай	$k, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$	$\lambda_{\text{экв}}, \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	$q$	
			$\text{кВт}/\text{м}^2$	%
а	24,41	–	11,23	100
б	24,56	–	11,30	100,6
в	23,27	8,261	10,70	95,28
г	18,88	1,626	8,685	77,34
д	16,54	1,086	7,608	67,75

Таблица 3

## Температура на границе слоев стенки

$t_{\text{ct}i}, ^\circ\text{C}$	Аналитический расчет	Графический расчет
$t_{\text{ct}1}$	295,7	300
$t_{\text{ct}2}$	238,6	240
$t_{\text{ct}3}$	236,3	237
$t_{\text{ct}4}$	221,1	225
$t_{\text{ct}5}$	145,0	147

## Задание 2

**НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ  
ДВУХСЛОЙНОЙ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ  
(РЕШЕНИЕ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ)**

## 2.1. Условия задания

На одну сторону бесконечной плоской стальной стенки толщиной 1 мм нанесен слой теплозащитного покрытия (ТЗП) толщиной 2 мм. Другая сторона стенки теплоизолирована.

Температура стенки и покрытия в начальный момент времени равна 290 К. Температура окружающей среды  $T_{\text{ж}}$ , К, со стороны покрытия в зависимости от времени  $\tau$  изменяется по закону

$$T_{ж} = B\tau^p + C,$$

где  $B, p, C$  – коэффициенты.

Интенсивность переноса теплоты от окружающей среды к поверхности покрытия определяется коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$ , Вт/(м<sup>2</sup> · К), который вычисляют по следующей формуле:

$$\alpha = H\tau + E,$$

где  $H, E$  – коэффициенты.

Рассчитать распределение температуры по толщине стенки и покрытия через 2, 4, 6, 8 и 10 с после начала нагревания. По результатам решения построить графики изменения температуры по толщине для вышеуказанных моментов времени.

Теплофизические свойства материалов стальной стенки и покрытия приведены в табл. 4, а необходимые для выполнения задания исходные данные в табл 5.

Таблица 4

**Теплофизические свойства материалов стенки и покрытия**

Материал	Теплоемкость, Дж/(кг · К)	Плотность, кг/ м <sup>3</sup>	Теплопроводность, Вт / (м · К)
ТЗП	816	650	0,116
Сталь	505	7900	14,5

Таблица 5

**Исходные данные**

Вариант	$B$	$C$	$p$	$H$	$E$	Вариант	$B$	$C$	$p$	$H$	$E$
1	25	600	0,40	50	900,0	6	60	600	0,65	65	1025,0
2	32	600	0,65	53	925,0	7	67	600	0,90	68	1050,0
3	39	600	0,90	56	950,0	8	74	600	1,15	71	1075,0
4	46	600	1,15	59	975,0	9	74	640	0,40	71	1075,0
5	53	600	0,40	62	1000,0	10	67	640	0,65	68	1062,5

Окончание табл. 5

Вариант	$B$	$C$	$p$	$H$	$E$	Вариант	$B$	$C$	$p$	$H$	$E$
11	60	640	0,90	65	1050,0	21	53	680	0,40	62	1012,5
12	53	640	1,15	62	1037,5	22	60	680	0,65	65	1018,8
13	46	640	0,40	59	1025,0	23	67	680	0,90	68	1025,0
14	39	640	0,65	56	1012,5	24	74	680	1,15	71	1031,3
15	32	640	0,90	53	1000,0	25	74	720	0,40	71	1031,3
16	25	640	1,15	50	987,5	26	67	720	0,65	68	1028,1
17	25	680	0,40	50	987,5	27	60	720	0,90	65	1025,0
18	32	680	0,65	53	993,8	28	53	720	1,15	62	1021,9
19	39	680	0,90	56	1000,0	29	46	720	0,40	59	1018,8
20	46	680	1,15	59	1006,3	30	39	720	0,65	56	1015,6

## 2.2. Методика выполнения задания

В настоящем задании для решения задачи конечно-разностным методом требуется использовать неявную разностную схему.

Шаг по пространственной координате принять равным  $\Delta x = 0,5$  мм.

Шаг по времени считать равным  $\Delta \tau = 1$  с.

Перед началом вычислений рекомендуется отобразить схему расположения узлов пространственной сетки в данной задаче (рис. 3).

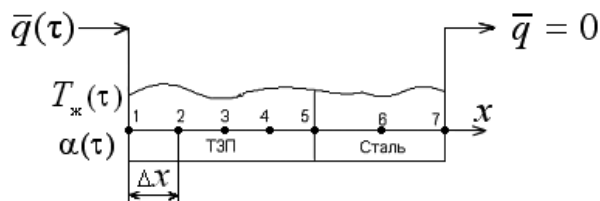


Рис. 3. Схема расположения узлов пространственной сетки

Для моментов времени  $\tau = 1, 2, \dots, 10$  с после начала нагревания стенки необходимо определить и занести в табл. 6 значения температуры окружающей среды и коэффициента теплоотдачи от окружающей среды к поверхности ТЗП.

Для решения системы неявных конечно-разностных уравнений рекомендуется использовать эффективный метод прогонки. На начальном этапе реализации этого метода целесообразно рассчитать все постоянные величины, входящие в уравнения.

Для внутренних узлов 2–6 определяют постоянные во времени коэффициенты  $A_i, D_i, F_i, G_i$  по формулам:

$$A_i = \lambda_{i+1/2}, \quad D_i = \lambda_{i-1/2}, \quad F_i = (c\rho)_i \frac{\Delta x^2}{\Delta \tau}, \quad G_i = A_i + D_i + F_i,$$

где индексы  $i+1/2$  и  $i-1/2$  относятся к значениям теплопроводности справа и слева от рассматриваемого  $i$ -го узла соответственно.

Объемную теплоемкость  $(c\rho)_5$  на стыке ТЗП и стальной стенки (узел 5) рассчитывают как среднее арифметическое значение между соседними узлами.

Для правой границы расчетной области (сталь, узел 7) постоянные коэффициенты рассчитывают по формулам

$$k_1 = \frac{(c\rho)_c \Delta x^2}{2\lambda_c \Delta \tau}; \quad k_2 = \frac{k_1}{k_1 + 1}.$$

Для левой границы расчетной области (ТЗП, узел 1):

$$k_3 = \frac{\lambda_{\text{ТЗП}}}{\Delta x}; \quad k_4 = \frac{(c\rho)_{\text{ТЗП}} \Delta x}{2 \Delta \tau}.$$

Полученные величины позволяют определить коэффициенты линейной интерполяции  $R_i$ , которые используются для расчета поля температур в методе прогонки и не зависят от временного шага.

Вначале определяют значение коэффициента  $R_6$  для правого граничного узла 7 по формуле

$$R_6 = \frac{1}{k_1 + 1}.$$

Далее, двигаясь справа налево в границах расчетной области, последовательно определяют значения  $R_5, R_4, \dots, R_1$  для осталь-



ных узлов по формуле

$$R_{i-1} = \frac{D_i}{G_i - A_i R_i}.$$

С использованием полученного значения  $R_1$  определяют коэффициент  $k_5$  на левой границе

$$k_5 = k_3(1 - R_1) + k_4.$$

Для удобства дальнейших расчетов рекомендуется сразу свести полученные результаты в итоговую табл. 7.

На следующем этапе вычислений реализуется метод прогонки. В соответствии с этим методом расчет пространственно-временного распределения температуры проводят последовательно, начиная с момента времени  $\tau = 1$  с ( $j = 1$ ) и заканчивают заданным по условию моментом  $\tau = 10$  с ( $j = 10$ ).

Процедура прогонки заключается в следующем. На каждом временном шаге вначале определяют значение коэффициента линейной интерполяции  $Q_6^j$  для правого граничного узла 7:

$$Q_6^j = k_2 T_7^{j-1},$$

где  $T_7^{j-1}$  — значение температуры на правой границе в предшествующий момент времени (для  $j = 1$  это начальная температура стенки, заданная по условию).

Далее, двигаясь справа налево в границах расчетной области, последовательно определяют значения  $Q_5^j, Q_4^j, \dots, Q_1^j$  для остальных узлов по формуле

$$Q_{i-1}^j = \frac{A_i Q_i^j + F_i T_i^{j-1}}{G_i - A_i R_i},$$

где  $T_i^{j-1}$  — значение температуры в  $i$ -м узле в предшествующий момент времени.

С использованием полученного значения  $Q_1^j$  рассчитывают температуру на левой границе в текущий  $j$ -й момент времени:

$$T_1^j = \frac{\alpha^j T_{ж}^j + k_3 Q_1^j + k_4 T_1^{j-1}}{\alpha^j + k_5}.$$

Далее, двигаясь слева направо в границах расчетной области, последовательно рассчитывают значения температур

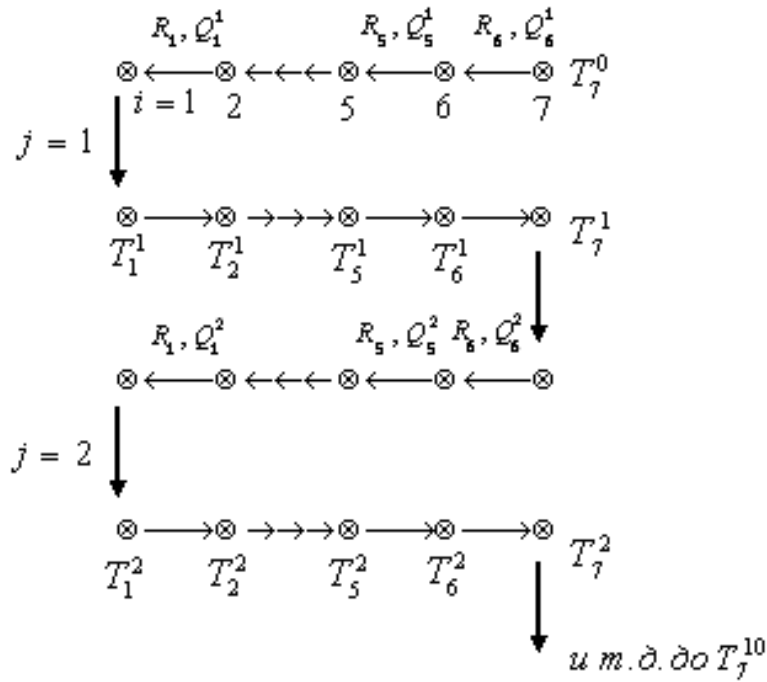


Рис. 4. Процедура прогонки

$T_2^j, T_3^j, \dots, T_7^j$  в других узлах пространственной сетки в текущий  $j$ -й момент времени

$$T_{i+1}^j = T_i^j R_i + Q_i^j.$$

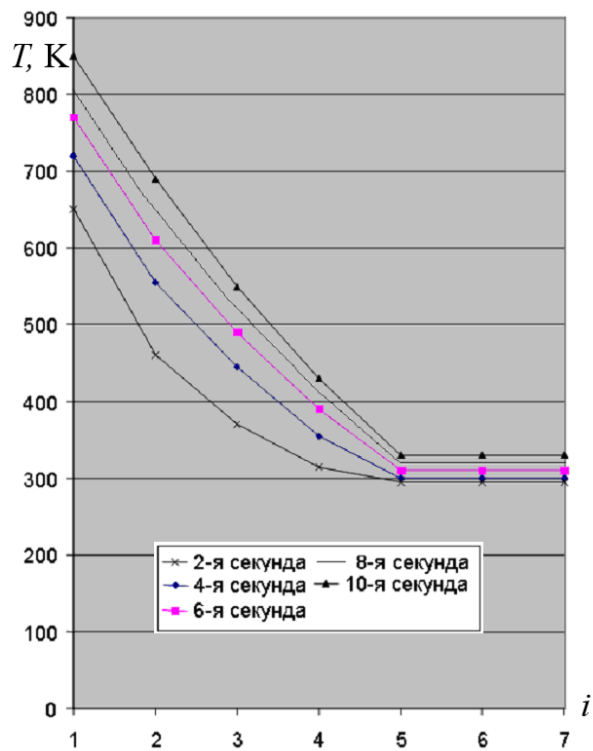
Описанную процедуру повторяют на каждом последующем временном шаге и заканчивают вычислением температуры  $T_7^{10}$  на правой границе в момент времени  $\tau = 10$  с.

Наглядно всю процедуру прогонки можно представить схемой, приведенной на рис. 4.

Результаты расчетов требуется свести в табл. 7.

Графическая часть задания выполняется в соответствии с рис. 5.

Для оценки правильности хода выполнения задания рекомендуется сверить у преподавателя результаты расчетов для моментов времени  $\tau = 2$  с и  $\tau = 4$  с.



**Рис. 5.** Распределение температуры по толщине двухслойной стенки в различные моменты времени

Теоретические сведения по тематике задания изложены в учебнике [1].

### 2.3. Пример выполнения задания

Исходные данные:

$B$ .....	39,0
$C$ .....	720,0
$p$ .....	0,65
$H$ .....	56,0
$E$ .....	1015,6

1. Расчет температуры окружающей среды и коэффициентов теплоотдачи в конкретные моменты времени:

$$T_{\text{ж}}(\tau) = 39\tau^{0,65} + 720 \text{ К};$$

$$\alpha(\tau) = 56\tau + 1015,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Таблица 6

Температура окружающей среды и коэффициенты теплоотдачи

$\tau$ , с	$T_{\text{ж}}^j$ , К	$\alpha^j$ , Вт/(м <sup>2</sup> · К)	$\tau$ , с	$T_{\text{ж}}^j$ , К	$\alpha^j$ , Вт/(м <sup>2</sup> · К)
1	759,0	1071,6	6	845,0	1351,6
2	781,2	1127,6	7	858,2	1407,6
3	799,7	1183,6	8	870,7	1463,6
4	816,0	1239,6	9	882,7	1519,6
5	831,0	1295,6	10	894,2	1575,6

2. Коэффициенты  $A_i$ ,  $D_i$ ,  $F_i$ ,  $G_i$  для внутренних узлов (2–6) рассчитывают по формулам из раздела 2.2, значения коэффициентов заносят в итоговую табл. 7.

3. Расчет коэффициентов  $k_1 - k_4$ :

$$k_1 = \frac{(c\rho)_c}{2\lambda_c} \frac{\Delta x^2}{\Delta \tau} = \frac{399,0 \cdot 10^4}{2 \cdot 14,5} \cdot \frac{0,25 \cdot 10^{-6}}{1} = 3,440 \cdot 10^{-2};$$

$$k_2 = \frac{k_1}{k_1 + 1} = \frac{3,440 \cdot 10^{-2}}{1,0344} = 3,326 \cdot 10^{-2};$$

$$k_3 = \frac{\lambda_{\text{ТЗП}}}{\Delta x} = \frac{0,116}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 232 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$k_4 = \frac{(c\rho)_{\text{ТЗП}}}{2} \frac{\Delta x}{\Delta \tau} = \frac{53,04 \cdot 10^4}{2} \cdot \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{1} = 132,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

4. Расчет интерполяционных коэффициентов  $R_i$ :

$$R_6 = \frac{1}{k_1 + 1} = \frac{1}{1 + 0,0344} = 0,9667;$$

$$R_5 = \frac{D_6}{G_6 - A_6 R_6} = \frac{14,5}{30 - 14,5 \cdot 0,9667} = 0,9072;$$

$$R_4 = \frac{D_5}{G_5 - A_5 R_5} = \frac{0,116}{15,18 - 14,5 \cdot 0,9072} = 0,05727;$$

$$R_3 = \frac{D_4}{G_4 - A_4 R_4} = \frac{0,116}{0,3646 - 0,116 \cdot 0,05727} = 0,3241;$$

$$R_2 = \frac{D_3}{G_3 - A_3 R_3} = \frac{0,116}{0,3646 - 0,116 \cdot 0,3241} = 0,3547;$$

$$R_1 = \frac{D_2}{G_2 - A_2 R_2} = \frac{0,116}{0,3646 - 0,116 \cdot 0,3547} = 0,3586.$$

Результаты расчетов коэффициентов  $R_i$ , а также комплекса  $(G_i - A_i R_i)$  заносят в табл. 7.

5. Расчет коэффициента  $k_5$ :

$$k_5 = k_3(1 - R_1) + k_4 = 232(1 - 0,3586) + 132,6 = 281,4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

6. Расчет коэффициентов интерполяции  $Q_i^j$  и значений температуры  $T_i^j$  в узлах сетки для момента времени  $\tau = 1 \text{ с}$  ( $j = 1$ ):

$$Q_6^1 = k_2 T_7^{j-1} = k_2 T_7^0 = 3,326 \cdot 10^{-2} \cdot 290 = 9,645 \text{ К};$$

$$Q_5^1 = \frac{A_6 Q_6^1 + F_6 T_6^0}{G_6 - A_6 R_6} = \frac{14,5 \cdot 9,645 + 0,9974 \cdot 290}{15,98} = 26,85 \text{ К};$$

$$Q_4^1 = \frac{A_5 Q_5^1 + F_5 T_5^0}{G_5 - A_5 R_5} = \frac{14,5 \cdot 26,85 + 0,565 \cdot 290}{2,026} = 273,1 \text{ К};$$

$$Q_3^1 = \frac{A_4 Q_4^1 + F_4 T_4^0}{G_4 - A_4 R_4} = \frac{0,116 \cdot 273,1 + 0,1326 \cdot 290}{0,358} = 195,9 \text{ К};$$

$$Q_2^1 = \frac{A_3 Q_3^1 + F_3 T_3^0}{G_3 - A_3 R_3} = \frac{0,116 \cdot 195,9 + 0,1326 \cdot 290}{0,327} = 187,1 \text{ К};$$

$$Q_1^1 = \frac{A_2 Q_2^1 + F_2 T_2^0}{G_2 - A_2 R_2} = \frac{0,116 \cdot 187,1 + 0,1326 \cdot 290}{0,3235} = 185,9 \text{ К};$$

$$T_1^1 = \frac{\alpha^1 T_{\text{ж}}^1 + k_3 Q_1^1 + k_4 T_1^0}{\alpha^1 + k_5} =$$

$$= \frac{1071,6 \cdot 759 + 232 \cdot 185,9 + 132,6 \cdot 290}{1071,6 + 281,4} = 661,4 \text{ К};$$

$$T_2^1 = T_1^1 R_1 + Q_1^1 = 661,4 \cdot 0,3586 + 185,9 = 423,1 \text{ К};$$

$$T_3^1 = T_2^1 R_2 + Q_2^1 = 423,1 \cdot 0,3547 + 187,1 = 337,2 \text{ К};$$

$$\begin{aligned}
T_4^1 &= T_3^1 R_3 + Q_3^1 = 337,2 \cdot 0,3241 + 195,9 = 305,2 \text{ К}; \\
T_5^1 &= T_4^1 R_4 + Q_4^1 = 305,2 \cdot 0,05727 + 273,1 = 290,6 \text{ К}; \\
T_6^1 &= T_5^1 R_5 + Q_5^1 = 290,6 \cdot 0,9072 + 26,85 = 290,48 \text{ К}; \\
T_7^1 &= T_6^1 R_6 + Q_6^1 = 290,5 \cdot 0,9667 + 9,645 = 290,45 \text{ К}.
\end{aligned}$$

7. Расчет коэффициентов интерполяции  $Q_i^j$  и значений температуры  $T_i^j$  в узлах сетки для момента времени  $\tau = 2 \text{ с}$  ( $j = 2$ ):

$$\begin{aligned}
Q_6^2 &= k_2 T_7^1 = 3,326 \cdot 10^{-2} \cdot 290,4 = 9,659 \text{ К}; \\
Q_5^2 &= \frac{A_6 Q_6^2 + F_6 T_6^1}{G_6 - A_6 R_6} = \frac{14,5 \cdot 9,659 + 0,9974 \cdot 290,5}{15,98} = 26,90 \text{ К}; \\
Q_4^2 &= \frac{A_5 Q_5^2 + F_5 T_5^1}{G_5 - A_5 R_5} = \frac{14,5 \cdot 26,90 + 0,565 \cdot 290,6}{2,026} = 273,6 \text{ К}; \\
Q_3^2 &= \frac{A_4 Q_4^2 + F_4 T_4^1}{G_4 - A_4 R_4} = \frac{0,116 \cdot 273,6 + 0,1326 \cdot 305,2}{0,358} = 201,7 \text{ К}; \\
Q_2^2 &= \frac{A_3 Q_3^2 + F_3 T_3^1}{G_3 - A_3 R_3} = \frac{0,116 \cdot 201,7 + 0,1326 \cdot 337,2}{0,327} = 208,3 \text{ К}; \\
Q_1^2 &= \frac{A_2 Q_2^2 + F_2 T_2^1}{G_2 - A_2 R_2} = \frac{0,116 \cdot 208,3 + 0,1326 \cdot 423,1}{0,3235} = 248,1 \text{ К}; \\
T_1^2 &= \frac{\alpha^2 T_{\text{ж}}^2 + k_3 Q_1^2 + k_4 T_1^1}{\alpha^2 + k_5} = \\
&= \frac{1127,6 \cdot 781,2 + 232 \cdot 248,1 + 132,6 \cdot 661,4}{1127,6 + 281,4} = 728,3 \text{ К}; \\
T_2^2 &= T_1^2 R_1 + Q_1^2 = 728,3 \cdot 0,3586 + 248,1 = 509,3 \text{ К}; \\
T_3^2 &= T_2^2 R_2 + Q_2^2 = 509,3 \cdot 0,3547 + 208,3 = 388,9 \text{ К}; \\
T_4^2 &= T_3^2 R_3 + Q_3^2 = 388,9 \cdot 0,3241 + 201,7 = 327,7 \text{ К}; \\
T_5^2 &= T_4^2 R_4 + Q_4^2 = 327,7 \cdot 0,05727 + 273,6 = 292,4 \text{ К}; \\
T_6^2 &= T_5^2 R_5 + Q_5^2 = 292,4 \cdot 0,9072 + 26,90 = 292,2 \text{ К}; \\
T_7^2 &= T_6^2 R_6 + Q_6^2 = 292,2 \cdot 0,9667 + 9,659 = 292,1 \text{ К}.
\end{aligned}$$

8. Для последующих моментов времени  $\tau = 3 \dots 10 \text{ с}$  ( $j = 3 \dots 10$ ) расчет проводится аналогично.

Результаты расчетов коэффициентов  $Q_i^j$  и значений температуры  $T_i^j$  до момента времени  $\tau = 10$  с ( $j = 10$ ) включительно заносят в табл. 7.

Таблица 7

**Результаты расчета распределения температуры в двухслойной стенке**

$j$	Параметр	$i$						
		1	2	3	4	5	6	7
	$A_i$	0,116	0,116	0,116	0,116	14,5	14,5	–
	$D_i$	–	0,116	0,116	0,116	0,116	14,5	14,5
	$F_i$	–	0,1326	0,1326	0,1326	0,5650	0,9974	–
	$G_i$	–	0,3646	0,3646	0,3646	15,18	30,00	–
	$R_i$	0,3586	0,3547	0,3241	0,05727	0,9072	0,9667	–
	$G_i - A_i R_i$	–	0,3235	0,3270	0,3580	2,026	15,98	–
0	$T_i^0$	290	290	290	290	290	290	290
1	$Q_i^1$	185,9	187,1	195,9	273,1	26,85	9,645	
	$T_i^1$	661,4	423,1	337,2	305,2	290,6	290,5	290,4
2	$Q_i^2$	248,1	208,3	201,7	273,6	26,90	9,659	
	$T_i^2$	728,3	509,3	388,9	327,7	292,4	292,2	292,1
·								
·								
·								
10	$T_i^{10}$	870,4	715,5	575,7	449,8	335,0	334,3	334,1

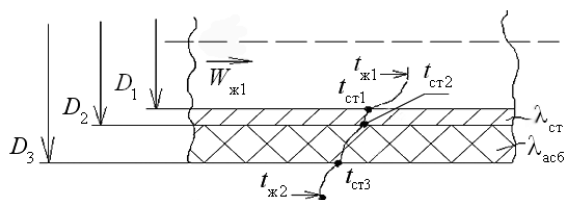
**Задание 3**

**ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ ДВУХСЛОЙНУЮ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ**

**3.1. Условия задания**

По горизонтальному стальному трубопроводу, внутренний и наружный диаметры которого  $D_1$  и  $D_2$  соответственно, движется вода со средней скоростью  $w_{ж1}$ . Средняя температура воды  $t_{ж1}$ .

Трубопровод изолирован асбестом и охлаждается посредством естественной конвекции сухим воздухом с температурой  $t_{ж2}$  (рис. 6).



**Рис. 6.** Схема расчетной области

Определить.

1. Наружный диаметр изоляции  $D_3$ , м, при котором на внешней поверхности изоляции устанавливается заданная температура  $t_{ст3}$ , °С.
2. Линейный коэффициент теплопередачи от воды к воздуху  $k_l$ , Вт/(м·К).
3. Потери теплоты с одного погонного метра трубопровода  $q_l$ , Вт/м.
4. Температуру наружной поверхности стального трубопровода  $t_{ст2}$ , °С.
5. Коэффициенты теплоотдачи от воды к стенке  $\alpha_1$ , Вт/(м<sup>2</sup>·К) и от стенки к воздуху  $\alpha_2$ , Вт/(м<sup>2</sup>·К).
6. Критический диаметр изоляции  $D_{кр.из}$ , м.

Целесообразно ли в рассматриваемом случае применять для тепловой изоляции асбест, т. е. приводит ли использование асбестовой изоляции к уменьшению теплового потока с поверхности трубопровода?

При решении задачи принять следующие упрощающие предположения:

- течение воды в трубопроводе является термически стабилизированным;
- между наружной поверхностью стального трубопровода и внутренней поверхностью изоляции существует идеальный тепловой контакт;
- теплопроводность стали  $\lambda_{ст} = 50$  Вт/(м·К) и асбеста  $\lambda_{асб} = 0,106$  Вт/(м·К) не зависит от температуры.



Наружный диаметр изоляции должен быть рассчитан с такой точностью, чтобы температура наружной поверхности изоляции отличалась от заданной не более чем на 0,1 °С.

Необходимые для выполнения задания исходные данные приведены в табл. 8.

Таблица 8

**Исходные данные**

Номер варианта	$D_1$ , мм	$D_2$ , мм	$w_{ж1}$ , м/с	$t_{ж1}$ , °С	$t_{ж2}$ , °С	$t_{ст3}$ , °С
1	20	25	0,005	100	20	40
2	20	25	0,010	108	20	40
3	20	25	0,015	116	20	40
4	20	25	0,020	124	20	40
5	25	32	0,025	132	22	44
6	25	32	0,030	140	22	44
7	25	32	0,035	148	22	44
8	25	32	0,040	156	22	44
9	25	32	0,045	164	22	44
10	30	37	0,050	172	24	48
11	30	37	0,055	180	24	48
12	30	37	0,060	188	24	48
13	30	37	0,065	196	24	48
14	30	37	0,070	204	24	48
15	35	42	0,075	212	26	52
16	35	42	0,080	220	26	52
17	35	42	0,085	228	26	52
18	35	42	0,090	220	26	52
19	35	42	0,095	212	26	52
20	40	47	0,100	204	28	48
21	40	47	0,105	196	28	48

Окончание табл. 8

Номер варианта	$D_1$ , мм	$D_2$ , мм	$w_{ж1}$ , м/с	$t_{ж1}$ , °C	$t_{ж2}$ , °C	$t_{ст3}$ , °C
22	40	47	0,110	188	28	48
23	40	47	0,115	180	28	48
24	40	47	0,120	172	28	48
25	45	52	0,125	164	30	44
26	45	52	0,130	156	30	44
27	45	52	0,135	148	30	44
28	45	52	0,140	140	30	44
29	45	52	0,145	132	30	44
30	50	57	0,150	124	32	40

### 3.2. Методика выполнения задания

Перед началом вычислений рекомендуется отобразить схему расчетной области (см. рис. 6) и выписать физические свойства воды и воздуха, необходимые для расчета критериев подобия. Значения физических свойств взять из задачника [3, табл. 10 и 12 приложения] при соответствующих температурах.

Для определения режима течения воды в трубе (ламинарный, переходный, турбулентный) рассчитать число Рейнольдса:

$$Re_{ж1} = \frac{w_{ж1} D_1}{\nu_{ж1}}$$

В соответствии с режимом течения выбрать критериальное уравнение для расчета среднего коэффициента теплоотдачи от воды к внутренней поверхности трубы:

а) ламинарное течение ( $Re_{ж1} \leq 2100$ ):

$$\overline{Nu}_{ж1} = 0,15 Re_{ж1}^{1/3} Pr_{ж1}^{0,43} Gr_{ж1}^{0,1} (Pr_{ж1}/Pr_{ст1})^{0,25},$$

где

$$\overline{Nu}_{ж1} = \frac{\alpha_1 D_1}{\lambda_{ж1}};$$

$$Gr_{ж1} = \frac{g \beta_{ж1} (t_{ж1} - t_{ст1}) D_1^3}{\nu_{ж1}^2};$$

б) переходный режим течения ( $2100 < Re_{ж1} \leq 10^4$ ):

$$\overline{Nu}_{ж1} = 0,116(Re_{ж1}^{2/3} - 125)Pr_{ж1}^{1/3}(\mu_{ж1}/\mu_{ст1})^{0,14};$$

в) турбулентное течение ( $Re_{ж1} > 10^4$ ):

$$\overline{Nu}_{ж1} = 0,023Re_{ж1}^{0,8}Pr_{ж1}^{1/3}(\mu_{ж1}/\mu_{ст1})^{0,14}.$$

Для расчета средних коэффициентов теплоотдачи при свободном движении воздуха около горизонтальной трубы использовать формулу:

$$\overline{Nu}_{ж2} = 0,5(Gr_{ж2}Pr_{ж2})^{0,25},$$

где

$$\overline{Nu}_{ж2} = \frac{\alpha_2 D_3}{\lambda_{ж2}};$$

$$Gr_{ж2} = \frac{g\beta_{ж2}(t_{ст3} - t_{ж2})D_3^3}{v_{ж2}^2}.$$

Значения  $\beta_{ж1}, Pr_{ж1}, Pr_{ст1}$  для воды взять из задачника [3, табл. 12 приложения] при соответствующих температурах,  $Pr_{ж2}$  для воздуха — из табл. 10 приложения того же задачника,  $\beta_{ж2} = 1/T_{ж2}$ .

Для расчета средних коэффициентов теплоотдачи по данным критериальным уравнениям необходимо вычислить температуру на внутренней поверхности стального трубопровода  $t_{ст1}$  и наружный диаметр изоляции  $D_3$ .

Задачу целесообразно решать методом последовательных приближений, чтобы удовлетворить заданному значению температуры на наружной поверхности изоляции  $t_{ст3}$  (в пределах требуемой точности вычислений).

В качестве начального приближения принять, что температура внутренней поверхности стального трубопровода мало отличается от средней температуры воды. При этом число Грасгофа  $Gr_{ж1}$ , входящее в критериальное уравнение для определения числа Нуссельта  $Nu_{ж1}$  при ламинарном режиме течения, а также отношение критериев Прандтля и коэффициентов динамической вязкости считать равным 1.

Наружный диаметр изоляции в первом приближении можно принять в два раза большим наружного диаметра стального трубопровода.

Ниже представлен рекомендуемый порядок выполнения задания на примере ламинарного режима течения воды в трубе.

**Первое приближение.**

В критериальных уравнениях теплоотдачи принять:

$$D_3 = 2D_2, \quad (\text{Pr}_{ж1}/\text{Pr}_{ст1})^{0,25} = 1, \quad \text{Gr}_{ж1}^{0,1} = 1.$$

Расчет средних коэффициентов теплоотдачи ведут по формулам:

$$\alpha_1 = \frac{\overline{\text{Nu}}_{ж1} \lambda_{ж1}}{D_1},$$

где  $\overline{\text{Nu}}_{ж1} = 0,15 \text{Re}_{ж1}^{\frac{1}{3}} \text{Pr}_{ж1}^{0,43} \text{Gr}_{ж1}^{0,1} (\text{Pr}_{ж1}/\text{Pr}_{ст1})^{0,25}$ ,

$$\alpha_2 = \frac{\overline{\text{Nu}}_{ж2} \lambda_{ж2}}{D_3},$$

где  $\overline{\text{Nu}}_{ж2} = 0,5 (\text{Gr}_{ж2} \text{Pr}_{ж2})^{0,25}$ .

Линейную плотность теплового потока рассчитывают по формуле

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{R_{l\alpha1} + R_{l\lambda1} + R_{l\lambda2} + R_{l\alpha2}},$$

где линейные термические сопротивления теплоотдачи  $R_{l\alpha1}$ ,  $R_{l\alpha2}$  и теплопроводности  $R_{l\lambda1}$ ,  $R_{l\lambda2}$  определяются зависимостями:

$$R_{l\alpha1} = \frac{1}{\alpha_1 D_1}, \quad R_{l\lambda1} = \frac{1}{2\lambda_{ст}} \ln \frac{D_2}{D_1},$$

$$R_{l\lambda2} = \frac{1}{2\lambda_{асб}} \ln \frac{D_3}{D_2}, \quad R_{l\alpha2} = \frac{1}{\alpha_2 D_3}.$$

Температуру на внешней стороне изоляции  $(t_{ст3})_1$  в первом приближении рассчитывают по формуле

$$(t_{ст3})_1 = \frac{q_l R_{l\alpha2}}{\pi} + t_{ж2}.$$

Сравнить значения  $(t_{ст3})_1$  и  $t_{ст3}$ . Если  $|(t_{ст3})_1 - t_{ст3}| > 0,1^\circ\text{C}$ , то повторить расчет при новых значениях  $t_{ст1}$  и  $D_3$ :

$$t_{ст1} = t_{ж1} - \frac{q_l R_{l\alpha1}}{\pi},$$

$$D_3 = \frac{q_l}{\alpha_2 \pi (t_{ст3} - t_{ж2})}.$$

Здесь и далее значения  $q_l$ ,  $\alpha_2$ ,  $R_{l\alpha 1}$  берут из текущего приближения, а  $t_{ст3}$  — заданная по условию температура.

**Второе приближение.**

Расчет продолжить при новых значениях  $t_{ст1}$ ,  $D_3$ . Значения  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и другие величины определить аналогично предыдущему приближению.

Прекратить итеративный процесс, когда будет достигнута заданная точность вычисления температуры наружной поверхности изоляции.

Зафиксировать значения  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $D_3$ ,  $q_l$  из последнего приближения и провести расчет линейного коэффициента теплопередачи  $k_l$  и температуры на стыке стальной стенки и изоляции  $t_{ст2}$  по формулам:

$$k_l = \frac{q_l}{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}, \quad t_{ст2} = t_{ст1} - \frac{q_l R_{l\lambda 1}}{\pi}.$$

Провести оценку целесообразности применения асбеста для тепловой изоляции в рассматриваемых условиях. Для этого вначале вычислить критический диаметр изоляции по формуле

$$D_{кр.из} = \frac{2\lambda_{асб}}{\alpha_2}.$$

Если  $D_{кр.из} \leq D_2$ , то использование асбеста в качестве теплоизолятора целесообразно.

Если  $D_{кр.из} > D_2$ , то применение асбеста нецелесообразно. По данным [3, табл. 15 приложения] для изоляции следует подобрать материал, теплопроводность которого должна удовлетворять условию  $\lambda_{из} \leq \frac{D_2 \alpha_2}{2}$ .

Результаты расчетов представить в виде сводной табл. 10.

Теоретические сведения, необходимые для выполнения задания, изложены в учебниках [1, 2].

### 3.3. Пример выполнения задания

Исходные данные:

$D_1 \cdot 10^2, \text{ м}$ .....	5,0
$D_2 \cdot 10^2, \text{ м}$ .....	5,7
$w_{ж1}, \text{ м/с}$ .....	0,15
$t_{ж1}, \text{ }^\circ\text{C}$ .....	124
$t_{ж2}, \text{ }^\circ\text{C}$ .....	32
$t_{ст3}, \text{ }^\circ\text{C}$ .....	40
$\lambda_{ст}, \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ .....	50
$\lambda_{асб}, \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ .....	0,106

1. Физические свойства воды и воздуха приведены в табл. 9.

Таблица 9

Вода (ж1)	Воздух (ж2)
$\mu_{ж1} \cdot 10^6 = 229,6 \text{ Па} \cdot \text{с}$	–
$\nu_{ж1} \cdot 10^3 = 1,064 \text{ м}^3/\text{кг}$	–
$\lambda_{ж1} \cdot 10^2 = 68,6 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$	$\lambda_{ж2} \cdot 10^2 = 2,688 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$
$\beta_{ж1} \cdot 10^4 = 8,86 \text{ 1/К}$	$\beta_{ж2} \cdot 10^3 = 3,279 \text{ 1/К}$
$\nu_{ж1} \cdot 10^8 = 24,43 \text{ м}^2/\text{с}$	$\nu_{ж2} \cdot 10^6 = 16,19 \text{ м}^2/\text{с}$
$\text{Pr}_{ж1} = 1,426$	$\text{Pr}_{ж2} = 0,701$

2. Расчет числа  $\text{Re}_{ж1}$ , определение режима течения воды в трубе и выбор критериального уравнения:

$$\text{Re}_{ж1} = \frac{w_{ж1} D_1}{\nu_{ж1}} = \frac{0,15 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{24,43 \cdot 10^{-8}} = 30700.$$

Режим течения турбулентный, так как  $\text{Re}_{ж1} > 10^4$ :

$$\overline{\text{Nu}}_{ж1} = 0,023 \text{Re}_{ж1}^{0,8} \text{Pr}_{ж1}^{1/3} (\mu_{ж1}/\mu_{ст1})^{0,14}.$$

3. В первом приближении  $t_{ст1} \approx t_{ж1}$ , следовательно,  $\mu_{ст1} \approx \mu_{ж1}$  и  $D_3 = 2D_2 = 11,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

Определение среднего коэффициента теплоотдачи  $\alpha_1$  от воды к стенке трубы:

$$\begin{aligned}\overline{Nu}_{ж1} &= 0,023 Re_{ж1}^{0,8} Pr_{ж1}^{1/3} (\mu_{ж1}/\mu_{ст1})^{0,14} = \\ &= 0,023 \cdot 30700^{0,8} \cdot 1,426^{1/3} \cdot 1,0 = 100,6; \\ \alpha_1 &= \frac{\overline{Nu}_{ж1} \lambda_{ж1}}{D_1} = \frac{100,6 \cdot 68,6 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}} = 1380 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).\end{aligned}$$

Определение среднего коэффициента теплоотдачи  $\alpha_2$  от слоя изоляции к воздуху:

$$\begin{aligned}Gr_{ж2} &= \frac{g \beta_{ж2} (t_{ст3} - t_{ж2}) D_3^3}{\nu_{ж2}^2} = \\ &= \frac{9,81 \cdot 3,279 \cdot 10^{-3} \cdot (40 - 32) \cdot (11,4 \cdot 10^{-2})^3}{(16,19 \cdot 10^{-6})^2} = 1,454 \cdot 10^6; \\ \overline{Nu}_{ж2} &= 0,5 (Gr_{ж2} Pr_{ж2})^{0,25} = 0,5 (1,454 \cdot 10^6 \cdot 0,701)^{0,25} = 15,89; \\ \alpha_2 &= \frac{\overline{Nu}_{ж2} \lambda_{ж2}}{D_3} = \frac{15,89 \cdot 2,688 \cdot 10^{-2}}{11,4 \cdot 10^{-2}} = 3,747 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).\end{aligned}$$

Определение линейной плотности теплового потока через трубу с изоляцией:

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{R_{l\alpha1} + R_{l\lambda1} + R_{l\lambda2} + R_{l\alpha2}} = 51,34 \text{ Вт}/\text{м},$$

$$\text{где } R_{l\alpha1} = \frac{1}{\alpha_1 D_1} = \frac{1}{1380 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 1,449 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\lambda1} = \frac{1}{2\lambda_{ст}} \ln \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{2 \cdot 50} \ln \frac{5,7}{5} = 1,31 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\lambda2} = \frac{1}{2\lambda_{асб}} \ln \frac{D_3}{D_2} = \frac{1}{2 \cdot 0,106} \ln \frac{11,4}{5,7} = 3,27 \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\alpha2} = \frac{1}{\alpha_2 D_3} = \frac{1}{3,747 \cdot 11,4 \cdot 10^{-2}} = 2,341 \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

Расчет  $(t_{ст3})_1$ :

$$(t_{ст3})_1 = \frac{q_l R_{l\alpha2}}{\pi} + t_{ж2} = \frac{51,34 \cdot 2,341}{\pi} + 32 = 70,3^\circ \text{С}.$$

Так как  $|(t_{ст3})_1 - t_{ст3}| = |70,3 - 40| = 30,3 > 0,1^\circ \text{С}$ , то полученная разность не удовлетворяет заданной точности вычислений.

Поэтому итеративный процесс продолжается при новых значениях  $t_{ст1}$  и  $D_3$ :

$$t_{ст1} = t_{ж1} - \frac{q_l R_{l\alpha 1}}{\pi} = 124 - \frac{51,34 \cdot 1,449 \cdot 10^{-2}}{\pi} = 123,8^\circ\text{C},$$

$$D_3 = \frac{q_l}{\alpha_2 \pi (t_{ст3} - t_{ж2})} = \frac{51,34}{3,747 \pi (40 - 32)} = 54,54 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

4. Во втором приближении  $t_{ст1} = 123,8^\circ\text{C}$ , следовательно,  $\mu_{ст1} = 230 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $D_3 = 54,54 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_{ж1} &= 0,023 Re_{ж1}^{0,8} Pr_{ж1}^{1/3} (\mu_{ж1} / \mu_{ст1})^{0,14} = \\ &= 100,6 \left( \frac{229,6 \cdot 10^{-6}}{230,0 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,14} = 100,6; \end{aligned}$$

$$\alpha_1 = \frac{\overline{Nu}_{ж1} \lambda_{ж1}}{D_1} = 1380 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$\begin{aligned} Gr_{ж2} &= \frac{g \beta_{ж2} (t_{ст3} - t_{ж2}) D_3^3}{\nu_{ж2}^2} = \\ &= \frac{9,81 \cdot 3,279 \cdot 10^{-3} \cdot (40 - 32) \cdot (54,54 \cdot 10^{-2})^3}{(16,19 \cdot 10^{-6})^2} = 1,593 \cdot 10^8; \end{aligned}$$

$$\overline{Nu}_{ж2} = 0,5 (Gr_{ж2} Pr_{ж2})^{0,25} = 0,5 (1,593 \cdot 10^8 \cdot 0,701)^{0,25} = 51,4;$$

$$\alpha_2 = \frac{\overline{Nu}_{ж2} \lambda_{ж2}}{D_3} = \frac{51,4 \cdot 2,688 \cdot 10^{-2}}{54,54 \cdot 10^{-2}} = 2,533 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$q_l = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{R_{l\alpha 1} + R_{l\lambda 1} + R_{l\lambda 2} + R_{l\alpha 2}} = 25,36 \text{ Вт}/\text{м},$$

$$\text{где } R_{l\alpha 1} = \frac{1}{\alpha_1 D_1} = \frac{1}{1380 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 1,449 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\lambda 1} = \frac{1}{2 \lambda_{ст}} \ln \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{2 \cdot 50} \ln \frac{5,7}{5} = 1,31 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\lambda 2} = \frac{1}{2 \lambda_{асб}} \ln \frac{D_3}{D_2} = \frac{1}{2 \cdot 0,106} \ln \frac{54,54}{5,7} = 10,65 \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_2 D_3} = \frac{1}{2,533 \cdot 54,54 \cdot 10^{-2}} = 0,7239 \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$(t_{ст3})_2 = \frac{q_l R_{l\alpha 2}}{\pi} + t_{ж2} = \frac{25,36 \cdot 0,7239}{\pi} + 32 = 37,85^\circ\text{C}.$$



Так как  $|(t_{ст3})_2 - t_{ст3}| = |37,85 - 40| = 2,15 > 0,1^\circ\text{C}$ , то полученная разность не удовлетворяет заданной точности вычислений. Поэтому итеративный процесс продолжается при новых значениях  $t_{ст1}$  и  $D_3$ :

$$t_{ст1} = t_{ж1} - \frac{q_l R_{l\alpha 1}}{\pi} = 124 - \frac{25,36 \cdot 1,449 \cdot 10^{-2}}{\pi} = 123,9^\circ\text{C},$$

$$D_3 = \frac{q_l}{\alpha_2 \pi (t_{ст3} - t_{ж2})} = \frac{25,36}{2,533 \cdot \pi \cdot 18} = 39,86 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

5. В третьем приближении  $t_{ст1} = 123,9^\circ\text{C}$ , следовательно,  $\mu_{ст1} = 229,8 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $D_3 = 39,86 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;

$$\overline{\text{Nu}}_{ж1} = 0,023 \text{Re}_{ж1}^{0,8} \text{Pr}_{ж1}^{1/3} (\mu_{ж1}/\mu_{ст1})^{0,14} =$$

$$= 100,6 \left( \frac{229,6 \cdot 10^{-6}}{229,8 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,14} = 100,6;$$

$$\alpha_1 = \frac{\overline{\text{Nu}}_{ж1} \lambda_{ж1}}{D_1} = 1380 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$\text{Gr}_{ж2} = \frac{g \beta_{ж2} (t_{ст3} - t_{ж2}) D_3^3}{\nu_{ж2}^2} =$$

$$= \frac{9,81 \cdot 3,279 \cdot 10^{-3} \cdot (40 - 32) \cdot (39,86 \cdot 10^{-2})^3}{(16,19 \cdot 10^{-6})^2} = 6,218 \cdot 10^7;$$

$$\overline{\text{Nu}}_{ж2} = 0,5 (\text{Gr}_{ж2} \text{Pr}_{ж2})^{0,25} = 0,5 (6,218 \cdot 10^7 \cdot 0,701)^{0,25} = 40,63;$$

$$\alpha_2 = \frac{\overline{\text{Nu}}_{ж2} \lambda_{ж2}}{D_3} = \frac{40,63 \cdot 2,688 \cdot 10^{-2}}{39,86 \cdot 10^{-2}} = 2,74 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$q_l = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{R_{l\alpha 1} + R_{l\lambda 1} + R_{l\lambda 2} + R_{l\alpha 2}} = 28,59 \text{ Вт}/\text{м},$$

$$\text{где } R_{l\alpha 1} = \frac{1}{\alpha_1 D_1} = \frac{1}{1380 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 1,449 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\lambda 1} = \frac{1}{2\lambda_{ст}} \ln \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{2 \cdot 50} \ln \frac{5,7}{5} = 1,31 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\lambda 2} = \frac{1}{2\lambda_{асб}} \ln \frac{D_3}{D_2} = \frac{1}{2 \cdot 0,106} \ln \frac{39,86}{5,7} = 9,174 \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$R_{l\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_2 D_3} = \frac{1}{2,74 \cdot 39,86 \cdot 10^{-2}} = 0,9156 \text{ м} \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$(t_{\text{ст}3})_3 = \frac{q_l R_{l\alpha 2}}{\pi} + t_{\text{ж}2} = \frac{28,59 \cdot 0,9156}{\pi} + 32 = 40,1^\circ\text{C}.$$

Полученная разность  $|(t_{\text{ст}3})_3 - t_{\text{ст}3}| = |40,1 - 40| = 0,1^\circ\text{C}$  удовлетворяет заданной точности вычислений, поэтому итеративный процесс прекращается и фиксируются результаты расчетов последнего приближения.

Расчет значений  $k_l$  и  $t_{\text{ст}2}$ :

$$k_l = \frac{q_l}{\pi(t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2})} = \frac{28,59}{\pi(124 - 32)} = 9,897 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$$t_{\text{ст}2} = t_{\text{ст}1} - \frac{q_l R_{l\lambda 1}}{\pi} = 123,9 - \frac{28,59 \cdot 1,31 \cdot 10^{-3}}{\pi} = 123,9^\circ\text{C}.$$

6. Определение целесообразности применения асбестовой изоляции:

$$D_{\text{кр.из}} = \frac{2\lambda_{\text{асб}}}{\alpha_2} = \frac{2 \cdot 0,106}{2,74} = 7,737 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

По условию  $D_2 = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . Поскольку  $D_{\text{кр.из}} > D_2$ , то применять асбест в качестве изолятора нецелесообразно (излишнее расходование материала). В данном случае целесообразно применять для теплоизоляции материалы с более низкой теплопроводностью. Материалы выбирают из условия

$$\lambda_{\text{из}} \leq \frac{D_2 \alpha_2}{2} = \frac{5,7 \cdot 10^{-2} \cdot 2,74}{2} = 7,81 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

Данному требованию соответствуют следующие материалы:

- стекловата  $\lambda = 0,047 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;
- минеральная вата  $\lambda = 0,075 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ .

Таблица 10

#### Результаты расчета

Re	$\alpha_1$ , Вт/(м <sup>2</sup> · К)	$\alpha_2$ , Вт/(м <sup>2</sup> · К)	$D_3$ , м	$k_l$ , Вт/(м · К)	$q_l$ , Вт/м	$t_{\text{ст}2}$ , °С	$(t_{\text{ст}3})_3$ , °С	$D_{\text{кр.из}}$ , м
30700	1380	2,74	0,399	0,099	28,59	123,9	40,1	0,077

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория тепломассообмена: Учеб. для вузов / Под ред. А.И. Леонтьева. М.: Высш. шк., 1997. 684 с.
2. *Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С.* Теплопередача. М.: Энергия, 1981. 416 с.
3. Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена: Учеб. пособие для энергомашиностроит. спец. вузов / В.Н. Афанасьев, С.И. Исаев, И.А. Кожин и др.; Под ред. В.И. Крутова и Г.Б. Петражицкого. М.: Высш. шк., 1986. 383 с.
4. *Михеев М.А., Михеева И.М.* Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. М.: Энергия, 1977. 344 с.
5. *Рыжков С.В.* Основы теплообмена: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Э.Н. Баумана, 2007. 80 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие указания .....	3
Задание 1. Теплопередача через многослойную плоскую стенку ...	4
1.1. Условия задания .....	4
1.2. Методика выполнения задания .....	6
1.3. Пример выполнения задания .....	9
Задание 2. Нестационарная теплопроводность двухслойной плоской стенки .....	12
2.1. Условия задания .....	12
2.2. Методика выполнения задания .....	14
2.3. Пример выполнения задания .....	18
Задание 3. Теплопередача через двухслойную цилиндрическую стенку .....	22
3.1. Условия задания .....	22
3.2. Методика выполнения задания .....	25
3.3. Пример выполнения задания .....	29
Список рекомендуемой литературы .....	34

*Учебное издание*

**Рыжков Сергей Витальевич  
Носатов Валерий Васильевич**

**МЕТОДИКА И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ  
ПО ТЕПЛОМАССООБМЕНУ**

Редактор *С.Ю. Шевченко*  
Корректор *М.А. Василевская*  
Компьютерная верстка *В.И. Товстоног*

Подписано в печать 30.01.2009. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 2,09. Тираж 100 экз.  
Изд. № 125. Заказ №

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5