

УДК 533.9

Одномерные математические модели в задачах магнитно-инерциального синтеза

Фролко П.А., аспирант

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Теплофизика»*

Научные руководители: Рыжков С.В., к.т.н, доцент

Кузенов В.В., к.т.н, доцент

Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана

ryzhkov@power.bmstu.ru

Введение

Экспериментальные и теоретические исследования магнитно-инерциального термоядерного синтеза (МИТС) [1-5] получили заметное развитие. “Стандартный вариант” МИТС использует обжатие и нагрев плазменного образования (термоядерной мишени, находящейся в сильном магнитном поле), высокоскоростными плазменными струями (плазменным лайнером) или (и) симметричную квазисферическую (квазицилиндрическую) имплозию замагниченной плазмы (мишени) лазерными пучками с высокой энергией импульса (лазерным драйвером). Важным во всех указанных схемах является также импульсный характер МИТС т.к. в этом случае представляют опасность не все возможные плазменные неустойчивости, а только те из них, которые быстро нарастают с течением времени. Кроме того, с целью всестороннего сжатия и термоядерного поджига мишени можно использовать комбинированную схему, состоящую из лазеров (или hohlraum) или плазменных ускорителей (плазменного драйвера) и внешней (по отношению к мишени) системы, сжимающей “затравочный” магнитный поток.

Постановка задачи. Целью исследований в МИТС являются пространственные течения излучающей плазмы при наличии теплообмена, электромагнитных полей и ядерных реакций. Решение данных задач предполагает разработку новых плазмофизических математических моделей, описывающих процессы, протекающие в термоядерной плазме, а также создание высокоточных численных методов их решения, которые позволяют проводить адекватное численное моделирование.

Математическая модель плазодинамических процессов в МИТС. На этапе первоначального изучения основных физических закономерностей присущих МИТС, целесообразно разработать и использовать систему упрощенных одномерных математических моделей. Эта система моделей может описывать физические процессы в лазерном (включая процессы в Hohlraum) или плазменном драйверах: в сжимаемой термоядерной мишени (включая сжатие первоначального магнитного потока).

Математическая модель [6-9] использует многокомпонентные, одномерные уравнения плазодинамики, уравнение переноса собственного широкополосного излучения, уравнение магнитной индукции, переноса лазерного излучения на основе уравнения Максвелла (с учетом s , p поляризации и наклонного падения на мишень лазерного излучения) или в приближении геометрической оптики, методы расчета уравнений состояний вещества и коэффициентов поглощения лазерного излучения, определяет условия возникновения и протекания самоподдерживающейся термоядерной реакции синтеза.

Методы расчета уравнений состояний вещества и коэффициентов поглощения лазерного излучения, используемых в одномерной математической модели (ID – модель) МИТС основываются на применении понятия среднего заряда. Примем, что рассматриваемая плазма квазинейтральна, а для определения величины Z_k используем [6-8] модель среднего заряда плазмы (при этом считается, что в каждой точке расчетной области все ионы химической компоненты сорта “ k ” имеют одинаковую величину Z_k).

При этом отметим, что уже при интенсивностях лазерного излучения на уровне значений $10^{15} \div 10^{16} \frac{Bm}{cm^2}$ напряженность электрического поля в нем достигает значений, которые сопоставимы с внутриатомными электрическими полями, поэтому любое вещество при облучении такими лазерными пучками практически мгновенно переходит в состояние плазмы. При интенсивностях лазерного излучения выше $10^{18} \frac{Bm}{cm^2}$ необходимо учитывать релятивистские эффекты, т.к. электроны, осциллирующие в поле лазерного излучения обладают релятивистскими энергиями. При этом энергия лазерного излучения эффективно преобразуется в энергию заряженных частиц: электроны лазерной плазмы, проходя "резонансную" область поглощения электромагнитного поля лазерного излучения, набирают энергию, за счет работы электрического поля над электронами, и ускоряются (с образованием надтепловых электронов), вызывая образование в ней сильных электрических полей \vec{E} и сил F, F_L , которые в свою очередь являются причиной

соответствующего ускорения ионов. Данные эффекты могут быть учтены на основе работ [10, 11].

Выполним оценки основных теплофизических параметров плазмы, которая возникает на месте термоядерной мишени при её обжатии и нагреве высокоскоростными импульсными плазменными струями (*плазменным лайнером*) или излучением многоканального лазера (*лазерным драйвером*). Отметим, что эти задачи могут быть отнесены к задаче [12] о нестационарном наилучшем сжатии мишени (например: газовым или плазменным поршнем) за заданное время до фиксированной плотности с минимальными энергетическими затратами.

В случае *плазменного лайнера* процесс обжатия мишени можно представить в виде нескольких стадий:

- на первой стадии $0 \leq t \leq \frac{L_r - r_m}{V_{nc}}$ (стадии получения системы струй) – формируется система высокоскоростных импульсных плазменных струй, которые фокусируются на термоядерной мишени МИТС. Эта стадия прекращает свое действие в момент времени $t = \frac{L_r - r_m}{V_{nc}}$, когда система струй вступает во взаимодействие с термоядерной мишенью;
- на второй стадии (стадии сжатия мишени) $\frac{L_r - r_m}{V_{nc}} \leq t \leq \frac{r_{миш}}{V_{сж}}$ – происходит сжатие плазменными струями деформируемой плазменной (термоядерной) мишени. Эта стадия завершает свое действие в момент времени $t = \frac{r_{миш}}{V_{сж}}$, когда плазмодинамические параметры мишени достигают значений необходимых для термоядерного поджига: $T > 2 \div 3$ кэВ, $n = 10^{22} \frac{1}{\text{см}^3}$.
- на третьей стадии (стадии "горения" мишени) осуществляется "зажигание" и термоядерное горение сжатой плазменными струями мишени.

На первой стадии (рис.1) теплофизические параметры вдуваемой струи плазмы находятся с помощью соотношений (42):

$$V_{к2} = \frac{dz}{dt}, \rho_{nc} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \rho_0, P_{nc} = \frac{\gamma+1}{2} \rho_0 V_{к2}^2, V_{nc} = \frac{\gamma+1}{2} V_{к2}, T_{nc} = \frac{\gamma-1}{2} \frac{\mu_{nc}}{R_0} \frac{V_{к2}^2}{1+Z},$$

$$D_{yв} = \frac{\gamma+1}{2} V_{к2}, \gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

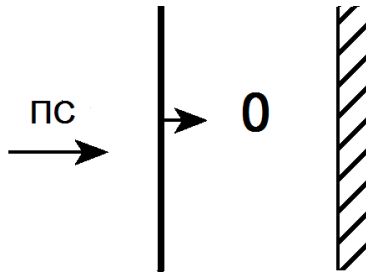


Рис. 1. Схематичное изображение падения ударной волны (УВ) на твердую преграду

Плазмодинамическая структура второй стадии состоит (рис. 2): из двух ударных волн (первая УВ₁ движется внутрь мишени, вторая (отраженная) УВ₂ движется навстречу плазменной струе). При этом две УВ отделены друг от друга контактной границей (КГ). Плазмодинамические параметры этой структуры можно оценить (с учетом присутствия магнитного давления $\frac{H^2}{8\pi}$), если использовать следующее упрощающее предположение: примем, что головная ударная волна струи (теплофизические параметры за её фронтом обозначены на рис. 3 индексом "пс") взаимодействует не с деформируемой плазменной преградой, а отражается от плоской поверхности (рис. 3) абсолютно твердого тела.

Тогда параметры структуры могут быть оценены с помощью соотношений:

$$\frac{P_{omp}}{P_{nc} + \frac{H^2}{8\pi}} = \frac{3\gamma_{nc} - 1}{\gamma_{nc} - 1}, \quad \frac{\rho_{nc}}{\rho_{omp}} = \frac{\gamma_{nc} - 1}{\gamma_{nc}},$$

$$V_{omp} = V_{nc} - \sqrt{\left| P_{omp} - P_{nc} \pm \frac{H^2}{8\pi} \right| \cdot \left| \frac{1}{\rho_{nc}} - \frac{1}{\rho_{omp}} \right|},$$

здесь знак плюс соответствует “стандартному” варианту МИТС, а знак минус комбинированному варианту МИТС.

Сказанное выше позволяет дать оценку $f_{эфф}$ эффективность магнитно-инерциального термоядерного синтеза МИТС (обобщенный вариант критерия Лоусона).

Для этого введем два характерных времени:

- $t_{реак} = \frac{M_i}{\rho} \cdot \frac{1}{\langle V\sigma \rangle}$ – время термоядерного горения мишени, где ρ – текущая плотность мишени, M_i – масса иона участвующего в термоядерной реакции, V – относительная скорость движения взаимодействующих ядер, принимающих участие в термоядерной реакции, σ – сечение термоядерной реакции;

- $t_{\text{разл}} = \frac{r}{C}$ – время магнито-газодинамического разлета мишени оценим, как отношение радиуса мишени r к магнитогазодинамической скорости звука C (т.е. как время, необходимое для распространения градиента плотности $\nabla\rho$ от поверхности мишени r к ее центру $r = 0$).

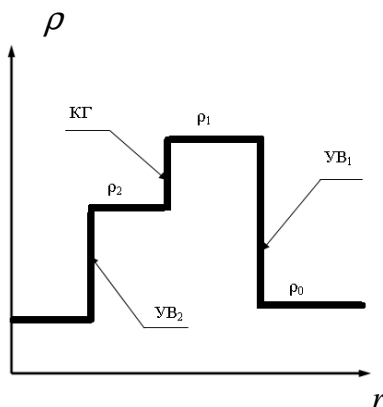


Рис. 2. Схематичное изображение плазмодинамической структуры течения соответствующей второй стадии процесса обжатия мишени МИТС: ρ_0 – плотность в невозмущенной части мишени; ρ_1 – плотность за фронтом падающей на мишень УВ; ρ_2 – плотность за фронтом отраженной от мишени УВ; КГ – фронт контактной границы

Здесь r – текущая радиальная граница мишени, при которой начинается термоядерное горение, $C = \sqrt{\gamma_{nc} \left[P - \frac{3\gamma_{nc} - 1}{\gamma_{nc} - 1} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \rho_0 V_{кз}^2 \mp \frac{H^2}{8\pi} \right) \right]} / \rho$ – магнито-газодинамическая скорость разлета термоядерной мишени, где знак минус соответствует “стандартному” варианту МИТС, а знак плюс комбинированному варианту МИТС.

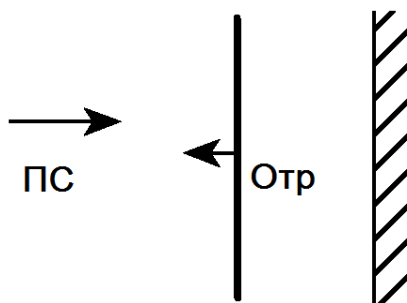


Рис. 3. Схематичное изображение взаимодействия отраженной УВ с падающей струей

Из приведенной оценки времен $t_{\text{реак}}$ и $t_{\text{разл}}$ следует, что время удержания плазмы в комбинированной (но не в “стандартном” варианте) схеме МИТС будет значительно больше, чем время удержания для инерционного термоядерного синтеза. Если ввести стандартным образом газодинамическую скорость звука $C_{3g} = \sqrt{\gamma_{nc} P/\rho}$, то выражение для магнито-газодинамической скорости разлета C будет иметь следующий вид:

$$C = C_{3g} F, \quad F = \sqrt{1 - \frac{3\gamma_{nc} - 1}{P(\gamma_{nc} - 1)} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \rho_0 V_{кз}^2 \mp \frac{H^2}{8\pi} \right)},$$

знак минус соответствует “стандартному” варианту МИТС, а знак плюс комбинированному варианту МИТС.

Для описания термоядерного воспламенения D-T смеси мишени, сжимаемой некоторой ускоряемой импульсным лазерным воздействием оболочкой (*лазерный драйвер*), также необходимо выполнение обобщенного варианта критерия Лоусона (условие на температуру, плотность и время удержания плазмы термоядерной мишени).

В этом случае (*в лазерном драйвере*) структура поля течения, возникающая при стационарном лазерном облучении плазмы мишени, условно может быть представлена в виде трех пространственных областей:

- ударно-сжатой УВ плазмы мишени;
- дефлаграционной волны (которая следует за УВ), в пространственной области которой поглощается энергия лазерных пучков;
- замыкает течение на периферийной части мишени центрированная магнито-газодинамическая волна разряжения (которая может быть адиабатической или изотермической).

Условие на $f_{эфф}$ (*в лазерном драйвере*) может быть также получено, если ввести понятие о магнито-газодинамической скорости C разлета термоядерной мишени:

$$C = C_{3g} F, \quad F = \sqrt{1 \pm \frac{1}{P} \frac{H^2}{8\pi}},$$

где $C_{3g} = \sqrt{\gamma_m P/\rho}$ – газодинамическая скорость звука в мишени, знак плюс соответствует “стандартному” варианту МИТС, а знак минус комбинированному варианту МИТС.

Тогда величина эффективности термоядерной реакции $f_{эфф}$ (для плазменного и лазерного драйверов) может быть сформулирована в виде отношения двух времен $t_{\text{разл}}$ и

$t_{\text{реак}} : f_{\text{эфф}} = \frac{t_{\text{разл}}}{t_{\text{реак}}} = \frac{\rho \cdot r}{F} \frac{\langle V\sigma \rangle}{M_i C_{3\beta}}$. При этом учтем, что для выражения $\frac{\langle V\sigma \rangle}{M_i C_{3\beta}}$ выполнено

неравенство вида: $\frac{M_i C_{3\beta}}{\langle V\sigma \rangle} > 1 \text{ г/см}^2$. Отметим, что в случае выполнения данного

соотношения продукты термоядерной реакции передают заметную часть своей энергии мишени и процесс горения происходит при максимальных значениях скорости D-T реакции.

Т.е. условие (более слабое по сравнению с ИТС) термоядерного воспламенения D-T смеси, находящейся в магнитном поле напряженностью H и сжимаемой плазменным драйвером, имеет вид:

$$T > 2 \div 3 \text{ кэВ}, \rho \cdot r > F.$$

Если наложить дополнительное условие $r > r_{\text{ц}}$, которое возникает из условия замагниченности α частиц $\frac{4}{2}H^{2+}$ (оно необходимо для распространения волны термоядерного горения по мишени), то можно связать конечный радиус мишени r и начальную напряженность магнитного поля $H_{\text{н}}$:

$$r > r_{\text{ц}} = \frac{u_{\alpha} M_{\alpha}}{eH_{\text{н}}} \left(\frac{r}{r_{\text{н}}} \right)^2 \text{ или } \frac{eH_{\text{н}} r_{\text{н}}^2}{u_{\alpha} M_{\alpha}} > r,$$

где $r_{\text{ц}} = \frac{u_{\alpha} M_{\alpha}}{eH}$, u_{α}, M_{α} – циклотронный радиус, скорость и масса α частицы. Тогда условие термоядерного воспламенения D-T смеси можно переформулировать следующим образом:

$$\rho \frac{eH_{\text{н}} r_{\text{н}}^2}{u_{\alpha} M_{\alpha}} > \rho \cdot r > F \text{ или } \rho \frac{eH_{\text{н}} r_{\text{н}}^2}{u_{\alpha} M_{\alpha}} > F, T > 2 \div 3 \text{ кэВ}.$$

Оценим величину плотности ρ , применив закон сохранения массы:

$$\rho = \rho_{\text{н}} \left(\frac{r_{\text{н}}}{r} \right)^3 \text{ – для сферически симметричной мишени,}$$

$$\rho = \rho_{\text{н}} \left(\frac{r_{\text{н}}}{r} \right)^2 \text{ – для цилиндрически симметричной мишени,}$$

где $\rho_{\text{н}}$ – начальная плотность мишени.

Тогда соотношение (44) можно переписать в следующем виде:

$$\rho_{\text{н}} \frac{eH_{\text{н}} r_{\text{н}}^5}{u_{\alpha} M_{\alpha}} > Fr^3 \text{ – для сферически симметричной мишени,}$$

$$\rho_n \frac{eH_n r_n^4}{u_\alpha M_\alpha} > Fr^2 - \text{ для цилиндрически симметричной мишени,}$$

$$T > 2 \div 3 \text{ кэВ.}$$

Таким образом, эти соотношения налагает определенные требования на начальные параметры термоядерной мишени, внешнего магнитного поля и плазодинамические параметры системы высокоскоростных импульсных плазменных струй или системы лазерных пучков.

Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности Министерства образования и науки Российской Федерации № 13.79.2014/К и в лаборатории радиационной газовой динамики Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН (ИПМех РАН) в рамках программ фундаментальных исследований РАН.

Список литературы

1. Basko M.M., Kemp A.J., Meyer-ter-Vehn J. Ignition conditions for magnetized target fusion in cylindrical geometry // Nuclear Fusion. 2000. № 40. P. 59-68.
2. Thio Y.C.F. Physics exploratory experiment on plasma liner formation // Journal of Fusion Energy. 2001. V. 20. P. 1-11.
3. Lindemuth I.R., Siemon R.E. The fundamental parameter space of controlled thermonuclear fusion // Am. J. Phys. 2009. V. 77. № 5. P. 407-416.
4. Recent magneto-inertial fusion experiments on the field reversed configuration heating experiment / Degnan, J. H.; Amdahl, D. J.; Domonkos, M.; Grabowski, C.; Ruden, E.L.; White, W. M.; Wurden, Glen A.; Intrator, Thomas P.; Sears, Jason A.; Weber, Thomas; Waganaar, W. J.; Frese, M. H.; Frese, S. D.; Camacho, J. F.; Coffey, S. K.; Makhin, V.; Roderick, N. F.; Gale, D.G.; Kostora, M.; Sommars, W.; Bauer, B.; Fuelling, S. R.; Lynn, A. G. // Nucl. Fusion. 2013. V. 53. P. 093003.
5. Рыжков С.В., “Современное состояние, проблемы и перспективы термоядерных установок на основе магнитно-инерционного удержания горячей плазмы” Известия РАН. Серия Физическая". 2014. Т. 78, № 5. С. 647-653.
6. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Developing the numerical model for studying laser-compression of magnetized plasmas // Acta Technica. 2011. V. 56. P. T454-467.
7. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical modeling of magnetized plasma compressed by the laser beams and plasma jets // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2013. № 1 (83). P. 12-14.

8. Кузенов В.В., Рыжков С.В. Математическая модель взаимодействия лазерных пучков высокой энергии импульса с плазменной мишенью, находящейся в затравочном магнитном поле // Препринт ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН. 2010. № 942. 57 с.
9. Кузенов В.В., Рыжков С.В. Радиационно-гидродинамическое моделирование контактной границы плазменной мишени, находящейся во внешнем магнитном поле // Прикладная физика. 2014. № 3. С. 26-30.
10. Демченко Н.Н., Розанов В.Б. Аномалии поглощения и отражения мощного ультракороткого Гидродинамическая модель взаимодействия пикосекундных лазерных импульсов с конденсированными мишенями // Препринт ФИАН им П.Н. Лебедева. 2001. №2, 21 с.
11. Гуськов С.Ю., Демченко Н.Н., Макаров К.Н., Нищук С.Г., Пикуз Т.А., Сатов Ю.А., Скобелев И.Ю., Смаковский Ю.Б., Фаенов А.Я., Хоменко С.В., Шарков Б.Ю. Влияние углов падения лазерного излучения на генерацию быстрых ионов // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2001. Т. 73. Вып. 12. С. 740-745.
12. Крайко А.Н. Вариационная задача об одномерном изоэнтропическом сжатии идеального газа // Прикладная математика и механика. 1993. Т. 57. Вып. 5. С. 35–51.